

Universidad Autónoma de Querétaro
Curso Propedéutico Actuaría
Matemáticas

Ejercicios Conjuntos.

¿Cuáles de los siguientes conjuntos con iguales?

1. $\{1, 2, 3\}$ 2. $\{3, 2, 1, 3\}$ 3. $\{3, 1, 2, 3\}$ 4. $\{1, 2, 2, 3\}$

Sea $A = \{1, 2, \{2\}\}$. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

5. $1 \in A$ 7. $\{1\} \subseteq A$ 9. $\{2\} \in A$ 11. $\{\{2\}\} \subseteq A$
6. $\{1\} \in A$ 8. $\{\{1\}\} \subseteq A$ 10. $\{1\} \subseteq A$ 12. $\{\{2\}\} \subset A$

Sea $A = \{1, 2, \{1\}\}$. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

13. $1 \in A$ 15. $\{1\} \subseteq A$ 17. $\{2\} \in A$ 19. $\{\{2\}\} \subseteq A$
14. $\{1\} \in A$ 16. $\{\{1\}\} \subseteq A$ 18. $\{1\} \subseteq A$ 20. $\{\{2\}\} \subset A$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

21. $\emptyset \in \emptyset$ 23. $\emptyset \subseteq \emptyset$ 25. $\emptyset \subset \{\emptyset\}$
22. $\emptyset \subset \emptyset$ 24. $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 26. $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

Determina todos los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos.

27. $\{1 + (-1)^n | n \in \mathbb{N}\}$ 29. $\{n^3 + n^2 | n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$
28. $\{n + \frac{1}{n} | n \in \{1, 2, 3, 5, 7\}\}$ 30. $\{\frac{1}{n^2+n} | n \text{ es un entero positivo impar y } n \leq 11\}$

Considera los siguientes subconjuntos de \mathbb{Z} .

$$\begin{array}{lll} A = \{2m + 1 | m \in \mathbb{Z}\} & B = \{2n + 3 | n \in \mathbb{Z}\} & C = \{2p - 3 | p \in \mathbb{Z}\} \\ D = \{3r + 1 | r \in \mathbb{Z}\} & E = \{3s + 2 | s \in \mathbb{Z}\} & F = \{3t - 2 | t \in \mathbb{Z}\} \end{array}$$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdadera y cuáles falsas?

31. $A = B$ 33. $B = C$ 35. $D = F$
32. $A = C$ 34. $D = E$ 36. $E = F$

Para $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, determina el número de

37. subconjuntos de A 42. subconjuntos de A que contienen 1, 2
38. subconjuntos propios de A 43. subconjuntos de A que contienen cinco elementos, incluyendo 1, 2
39. subconjuntos no vacíos de A 44. subconjuntos propios de A que contienen 1, 2
40. subconjuntos propios no vacíos de A 45. subconjuntos de A con un número par de elementos
41. subconjuntos de A que contienen tres elementos

46. subconjuntos de A con un número impar de elementos
47. subconjuntos de A con un número impar de elementos y que incluyen el número 3
48. Si un conjunto A tiene 63 subconjuntos propios, ¿cuánto vale $|A|$?
49. Si un conjunto B tiene 64 subconjuntos de cardinal impar, ¿cuánto vale $|B|$?

¿Cuáles de los siguientes conjuntos son no vacíos?

50. $\{x|x \in \mathbb{N}, 2x + 7 = 3\}$
51. $\{x|x \in \mathbb{Q}, x^2 + 4 = 6\}$
52. $\{x|x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 = 4\}$
53. $\{x|x \in \mathbb{C}, x^2 + 3x + 3 = 0\}$
54. $\{x \in \mathbb{Z}|3x + 5 = 9\}$
55. $\{x \in \mathbb{R}|x^2 + 4 = 6\}$
56. $\{x \in \mathbb{R}|x^2 + 3x + 3 = 0\}$

Para $U = \mathbb{Z}^+$, sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 17, 18\}$

57. ¿Cuántos subconjuntos de A contienen seis elementos?
58. ¿Cuántos subconjuntos de seis elementos de A contienen enteros pares y dos enteros pares?
59. ¿Cuántos subconjuntos de A sólo contienen enteros impares?
60. ¿Cuántos de los subconjuntos del inciso c contienen los enteros 3 y 7?

Sea $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 29, 30\}$, ¿cuántos subconjuntos A de S satisfacen

61. $|A| = 5$?
62. $|A| = 5$ y que el mínimo elemento de A sea 5?
63. $|A| = 5$ y que el mínimo elemento de A sea menor que 5?
64. ¿Cuántos subconjuntos de $\{1, 2, 3, \dots, 10, 11\}$ contienen al menos un entero par?
65. ¿Cuántos subconjuntos de $\{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ contienen al menos un entero par?

Para $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ y $D = \{2, 4, 6, 8\}$. Determina lo siguiente.

66. $(A \cup B) \cap C$
67. $A \cup (B \cap C)$
68. $\overline{C \cup D}$
69. $\overline{C \cap D}$
70. $(A \cup B) - C$
71. $A \cup (B - C)$
72. $(B - C) - D$
73. $B - (C - D)$
74. $(A \cup B) - (C \cap D)$

Si $A = [0, 3]$, $B = [2, 7]$ y $U = \mathbb{R}$, determina lo siguiente.

75. $A \cap B$
76. $A \cup B$
77. \overline{A}
78. $A \triangle B$
79. $A - B$
80. $B - A$
81. Determina los conjuntos A y B , si $A - B = \{1, 3, 7, 11\}$, $B - A = \{2, 6, 8\}$ y $A \cap B = \{4, 9\}$
82. Determina los conjuntos C y D , $C - D = \{1, 2, 4\}$, $D - C = \{7, 8\}$ y $C \cup D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$
83. Para $U = \{1, 2, 3, \dots, 29, 30\}$, sea $B, C \subseteq U$ con $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 15\}$ y $C = \{2, 3, 6, 15, 22, 29\}$. ¿Cuánto vale $|B \cup C|$?

Sean

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g\} \quad X = \{a, c, e, g\} \quad Y = \{a, b, c\} \quad Z = \{b, c, d, e, f\}$$

Realiza las siguientes operaciones entre conjuntos:

- | | | | |
|----------------|-------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| 84. $X \cap Y$ | 90. X^c | 96. $(Y \cap Z^c) \cup X$ | 102. $X^c - Y$ |
| 85. $X \cup Y$ | 91. Y^c | 97. $(X^c \cup Y^c) \cap Z$ | 103. $Y^c - x$ |
| 86. $Y \cup Z$ | 92. $X^c \cap Y^c$ | 98. $(Z \cup X^c)^c \cap Y$ | 104. $X \cap (X - Y)$ |
| 87. $Y \cap Z$ | 93. $X^c \cap Z$ | 99. $(Y \cap X^c)^c \cup Z^c$ | 105. $Y \cap (Y - X)$ |
| 88. $X \cup U$ | 94. $X \cup (Y \cap Z)$ | 100. $X - Y$ | 106. $X \cap (Y \cap Z)$ |
| 89. $Y \cap U$ | 95. $Y \cap (X \cup Z)$ | 101. $Y - X$ | 107. $(X - Y) \cup (Y - X)$ |

Un profesor tien dos docenas de libros de introducción a las ciencias de la computación y está interesado en la forma en que tratan los temas (A) compiladores, (B) estructura de datos y (C) intérpretes. Los siguientes datos representan la cantidad de libros que contienen material relativo a estos temas:

$$\begin{array}{lll} |A| = 8 & |B| = 13 & |C| = 8 \\ |A \cap B| = 5 & |B \cap C| = 3 & |B \cap C| = 8 \\ & |A \cap B \cap C| = 2 & \end{array}$$

108. ¿Cuántos libros incluyen el material de exactamente uno de estos temas?
109. ¿Cuántos no tratan ninguno de estos temas?
110. ¿Cuántos no tienen material sobre compiladores?

Sean $A, B, C, D, E \subseteq \mathbb{Z}$ definidos como sigue

$$\begin{array}{lll} A = \{2n | n \in \mathbb{Z}\} & B = \{3n | n \in \mathbb{Z}\} & C = \{4n | n \in \mathbb{Z}\} \\ D = \{6n | n \in \mathbb{Z}\} & E = \{8n | n \in \mathbb{Z}\} & \end{array}$$

111. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas?
112. (a) $E \subseteq C \subseteq A$ (c) $B \subseteq D$ (e) $D \subseteq A$
(b) $A \subseteq C \subseteq E$ (d) $D \subseteq B$ (f) $\overline{D} \subseteq \overline{A}$
113. Determina cada uno de los siguientes conjuntos
114. (a) $C \cap E$ (c) $A \cap B$ (e) \overline{A}
(b) $B \cup D$ (d) $B \cap D$ (f) $A \cap E$

Al seleccionar un computador nuevo para su centro de cálculo, el responsable del mismo examina 15 modelos diferentes, considerando: (A) el dispositivo para la cinta magnética, (B) la terminal para mostrar gráficas, (C) la memoria semiconductora (además de la memoria principal). El número de computadores con cualquiera o todas estas características es el siguiente: $|A| = |B| = |C| = 6$, $|A \cap B| = |B \cap C| = 1$, $|A \cap C| = 2$ y $|A \cap B \cap C| = 0$

115. ¿Cuántos modelos tienen exactamente una de estas características?
116. ¿Cuántos no tienen ninguna de estas características?

Usando diagramas de Venn, analiza la verdad o falsedad de lo siguiente, para los conjuntos $A, B, C \subseteq U$

$$117. A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$$

$$120. A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$118. A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

$$119. A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C)$$

$$121. A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$$

Determina si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.

$$122. (3, 2) = (5 - 2, 1 + 1)$$

$$125. \{(1, 2), (3, 4)\} = \{(3, 4), (1, 2)\}$$

$$123. (3, 6) = (6, 3)$$

$$126. \{(1, 2), (3, 4)\} = \{(3, 4), (2, 1)\}$$

$$124. \{6, 3\} = \{3, 6\}$$

$$127. (2, 4) = (\{2\}, \{4\})$$

Calcula $A \times B$ y $B \times A$ y determina la cardinalidad de cada producto cartesiano:

$$128. A = \{2, 8, 12\} \text{ y } B = \{4, 9\}$$

$$130. A = \{3, 6, 9, 12\} \text{ y } B = \{6, 8\}$$

$$129. A = \{d, o, g\} \text{ y } B = \{p, i, g\}$$

$$131. A = \{b, l, u, e\} \text{ y } B = \{r, e, d\}$$

Determina el número cardinal especificado:

$$132. n(A \times B) = 36 \text{ y } n(A) = 12, \text{ calcula } n(B)$$

$$134. n(A \times B) = 100 \text{ y } n(B) = 4, \text{ calcula } n(A)$$

$$133. n(A) = 35 \text{ y } n(B) = 6, \text{ calcula } n(A \times B)$$

$$135. n(A) = 30 \text{ y } n(B) = 3, \text{ calcula } n(B \times A)$$

Utiliza diagramas de Venn para sombrear cada uno de los siguientes conjuntos:

$$136. (A \cap B) \cap C$$

$$139. (A^c \cap B) \cap C$$

$$142. (A \cap B^c) \cup C$$

$$145. (A^c \cap B^c) \cup C$$

$$137. (A \cap C^c) \cup B$$

$$140. (A^c \cap B^c) \cap C$$

$$143. (A \cap C^c) \cap B$$

$$146. (A^c \cap B^c) \cup C^c$$

$$138. (A \cap B) \cup C^c$$

$$141. (A \cup B) \cup C$$

$$144. (A \cap B^c) \cap C^c$$

$$147. (A \cap B)^c \cup C$$

Referencias:

- Miller, Heeren & Hornsby; *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. Pearson Addison Wesley; 2006.
- Grimaldi; *Matemáticas discretas y combinatoria*. Pearson Addison Wesley; 2004.