Proceso de selección 2023

LICENCIATURA EN ACTUARÍA

SESIÓN 6

Prueba de hipótesis

PRUEBA DE HIPÓTESIS

INTRODUCCIÓN

- La prueba de hipótesis comienza con una suposición, llamada hipótesis , que hacemos acerca de un parámetro de población. Después recolectamos datos de muestra, producimos estadísticas muestrales y usamos esta información para decidir qué tan probable es que nuestro parámetro de población hipotético sea correcto.

INTRODUCCIÓN

- Digamos que suponemos un cierto valor para una media de población. Para probar la validez de esa suposición recolectamos datos de muestra y determinamos la diferencia entre el valor hipotético y el valor real de la media de la muestra. Después juzgamos si la diferencia obtenida es significativa o no. Mientras más pequeña sea la diferencia, mayor será la probabilidad de que nuestro valor hipotético para la media sea correcto. Mientras mayor sea la diferencia, más pequeña será la probabilidad.

INTRODUCCIÓN

- Desafortunadamente, la diferencia entre el parámetro de población hipotético y la estadística real rara vez es tan grande que rechacemos automáticamente nuestra hipótesis o tan pequeña que la aceptamos con la misma rapidez. Así, en las pruebas de hipótesis como en la mayoría de las decisiones importantes de la vida real, las soluciones claras o bien definidas son la excepción, no la regla.

- Supongamos que una administradora de un gran centro comercial nos dice que la eficiencia de trabajo promedio de sus empleados es al menos 90%. ¿Cómo podemos probar la validez de su hipótesis? Utilizando los métodos de muestreo aprendidos en el tema anterior, podríamos calcular la eficiencia de una muestra de sus empleados. Si hiciéramos esto y el estadístico de la muestra resultara ser 95%, aceptaríamos sin demora la afirmación de la administradora. Sin embargo, si el estadístico de la muestra resultara ser 46%, rechazaríamos su afirmación por falsa. Podemos interpretar estos dos resultados, 95 y 46%, si utilizamos el sentido común.

- Ahora supongamos que nuestro estadístico revela una eficiencia del 88%. Este valor es relativamente cercano al 90%. Pero, ¿es suficientemente cercano para que aceptemos como correcta la hipótesis de la administradora? Ya sea que aceptemos o rechacemos su hipótesis, no podemos estar absolutamente seguros de que nuestra decisión es correcta; por consiguiente, tendremos que aprender cómo manejar la incertidumbre en nuestra toma de decisiones

PRUEBA DE HIPÓTESIS

- En una prueba de hipótesis, debemos establecer el valor supuesto o hipotético del parámetro de población antes de comenzar a tomar la muestra. La suposición que deseamos probar se conoce como hipótesis nula y se simboliza H_0 , o "H sub-cero".

H_0: $\mu = 200$ (Se lee: "la hipótesis nula es que la media de población es igual a 200")

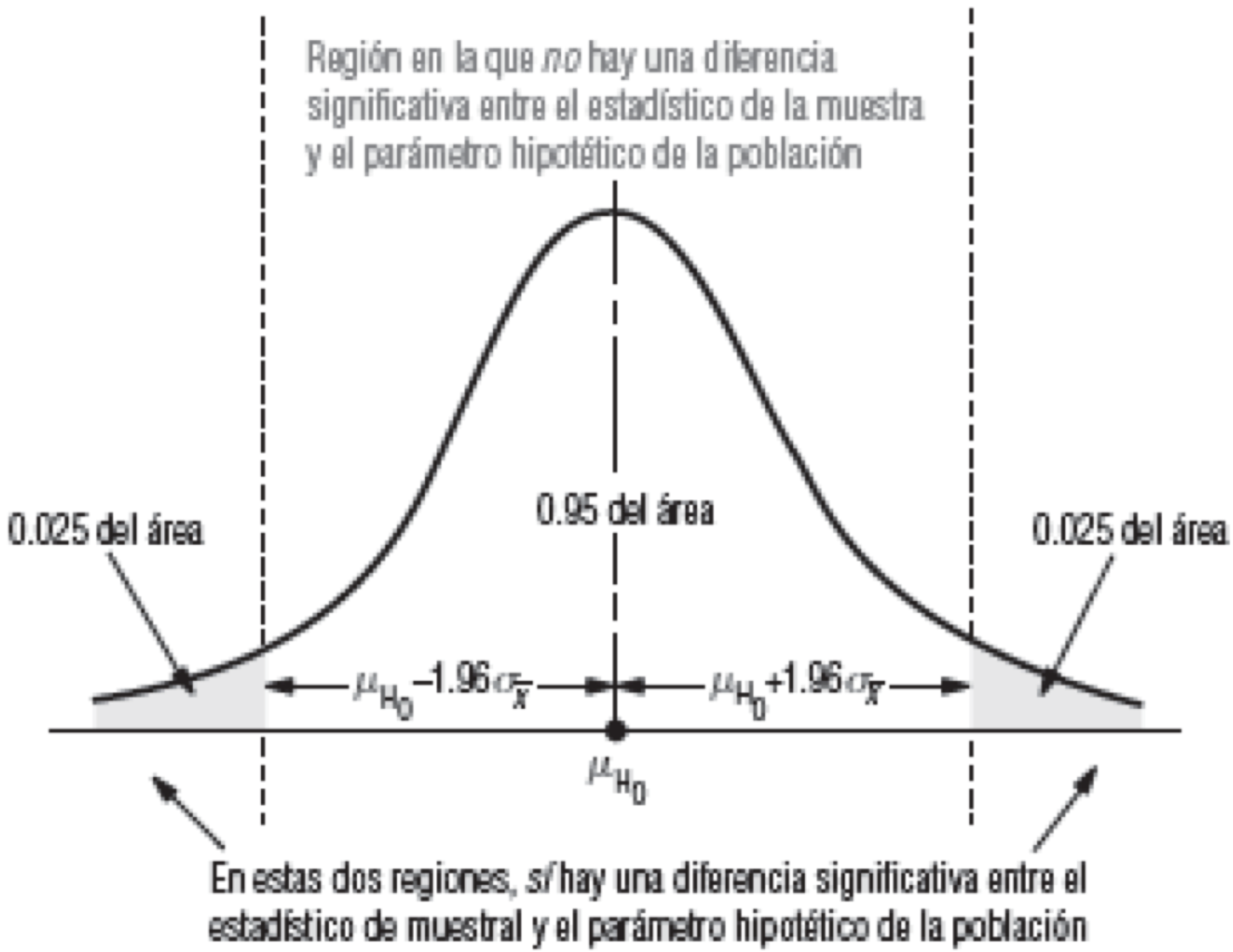
- Si los resultados de nuestra muestra no respaldan la hipótesis nula, debemos concluir que se cumple alguna otra cosa. Siempre que rechazamos la hipótesis, la conclusión que sí aceptamos se llama hipótesis alternativa cuyo símbolo es H_1 ("H sub-uno").

H_1: $\mu \neq 200 \leftarrow$ "La hipótesis alternativa es que la media de población no es igual a 200"
H_1: $\mu > 200 \leftarrow$ "La hipótesis alternativa es que la media de población es mayor que 200"
H_1: $\mu < 200 \leftarrow$ "La hipótesis alternativa es que la media de población es menor que 200"

INTERPRETACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

- El propósito de la prueba de hipótesis no es cuestionar el valor calculado del estadístico de la muestra, sino hacer un juicio respecto a la diferencia entre ese estadístico y un parámetro hipotético de la población. El siguiente paso después de establecer las hipótesis nula y alternativa, entonces, consiste en decidir qué criterio utilizar para confirmar si se acepta o se rechaza la hipótesis nula.

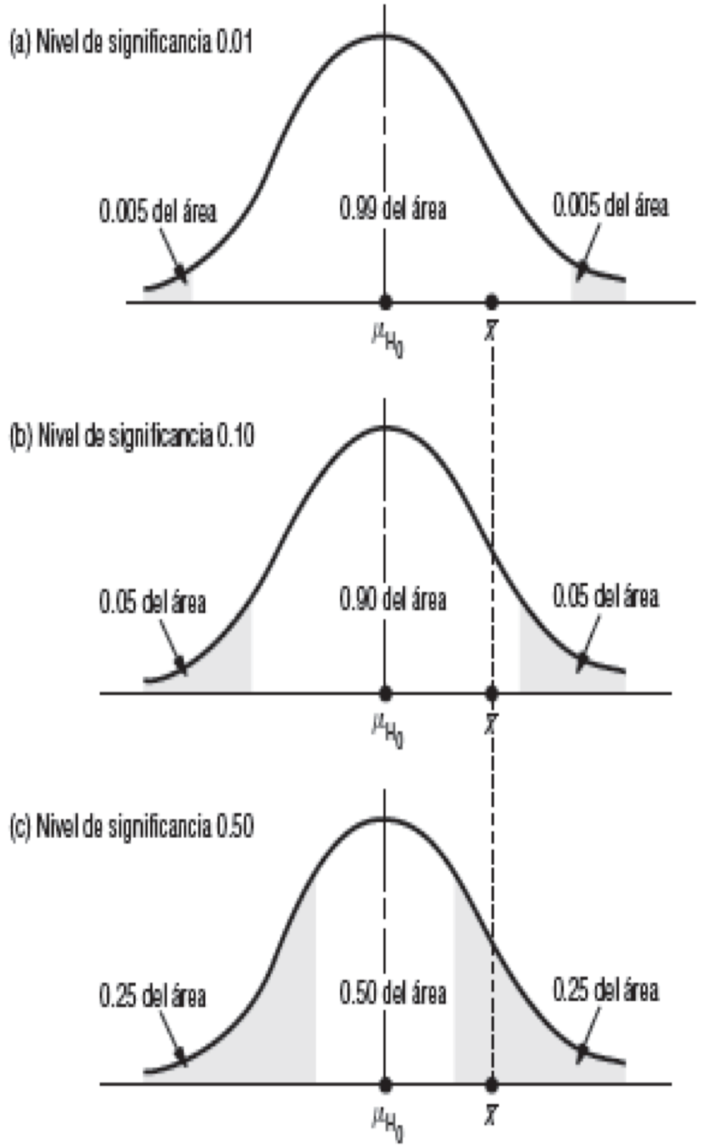
- ¿Qué pasa si probamos una hipótesis con 5% de nivel de significancia? Esto quiere decir que rechazaremos la hipótesis nula si la diferencia entre el estadístico y el parámetro hipotético de la población es tan grande que ésta u otra diferencia mayor ocurrirá, en promedio, sólo cinco o menos veces en cada 100 muestras, cuando el parámetro hipotético de la población es correcto.


Región en la que *no* hay una diferencia significativa entre el estadístico de la muestra y el parámetro hipotético de la población
0.025 del área
0.95 del área
0.025 del área
$\mu_{H_0} - 1.96\sigma_{\bar{x}}$
$\mu_{H_0} + 1.96\sigma_{\bar{x}}$
μ_{H_0}
En estas dos regiones, *sí* hay una diferencia significativa entre el estadístico de muestral y el parámetro hipotético de la población

ERRORES TIPO I Y TIPO II

- Rechazar una hipótesis nula cuando es cierta se denomina error tipo I , y su probabilidad (que, como hemos visto, es también el nivel de significancia de la prueba) se simboliza con α (alfa).
- Por otro lado, aceptar una hipótesis nula cuando es falsa se le llama error tipo II , y su probabilidad se simboliza con β (beta).

- Existe una relación entre estos dos tipos de errores: la probabilidad de cometer un tipo de error puede reducirse sólo si estamos dispuestos a aumentar la probabilidad de cometer el otro tipo de error.


(a) Nivel de significancia 0.01
0.005 del área
0.99 del área
0.005 del área
μ_{H_0}
$\bar{x}$
(b) Nivel de significancia 0.10
0.05 del área
0.90 del área
0.05 del área
μ_{H_0}
$\bar{x}$
(c) Nivel de significancia 0.50
0.25 del área
0.50 del área
0.25 del área
μ_{H_0}
$\bar{x}$

- Suponga que cometer el error tipo I (rechazar una hipótesis nula cuando es cierta) implica el tiempo y los problemas de volver a trabajar un lote de compuestos químicos que debieran haberse aceptado. Al mismo tiempo, cometer un error tipo II (aceptar una hipótesis nula cuando es falsa) significa arriesgarse a que todo un grupo de consumidores de este compuesto químico se envenenen.

EJERCICIO

- Suponga que se va a implantar un nuevo método de producción si mediante una prueba de hipótesis se confirma la conclusión de que el nuevo método de producción reduce el costo medio de operación por hora.
  - Dé las hipótesis nula y alternativa adecuadas si el costo medio de producción actual por hora es $220.
  - En esta situación, ¿cuál es el error tipo I? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?
  - En esta situación, ¿cuál es el error tipo II? ¿Qué consecuencia tiene cometer este error?

DECISIÓN DE QUE TIPO DE DISTRIBUCIÓN USAR EN LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Tabla 8-1

Condiciones para usar las distribuciones normal y *t* en la prueba de hipótesis sobre medias

	Cuando se conoce la desviación estándar de la población	Cuando no se conoce la desviación estándar de la población
El tamaño de muestra *n* es mayor que 30	Distribución normal, tabla *z*	Distribución normal, tabla *z*
El tamaño de muestra *n* es 30 o menos y suponemos que la población es normal o aproximadamente normal	Distribución normal, tabla *z*	Distribución *t*, tabla *t*

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE DOS LÍMITES Y DE UN LÍMITE

- Una prueba de dos colas rechaza la hipótesis nula si la media de muestra es significativamente mayor o menor que la media hipotética de la población. Por tanto, en una prueba de dos colas, existen dos regiones de rechazo.

- Una prueba de dos colas es apropiada cuando la hipótesis nula es $\mu = \mu H_0$ (en donde μH_0 es algún valor especificado) y la hipótesis alternativa es es $\mu \neq \mu H_0$. Suponga que un fabricante de focos desea producirlos con una vida media de $\mu = \mu H_0 =$ 1,000 horas. Si el tiempo de vida es más corto, perderá clientes en favor de su competencia; si el tiempo de vida es más largo, tendrá un costo de producción muy alto porque los filamentos serán excesivamente gruesos.

- Para verificar que su proceso de producción sea adecuado, toma una muestra de la producción con el fin de probar la hipótesis $\mu H_0 = 1{,}000$. Como no quiere desviarse significativamente de 1,000 horas en ninguna dirección, la hipótesis alternativa adecuada es $\mu H_1 = 1{,}000$, y utiliza una prueba de dos colas.


Si la media de la muestra cae en esta región,
aceptamos la hipótesis nula
μ_{H_0}
Rechazamos la hipótesis nula sí la media de la muestra cae
en cualquiera de estas dos regiones

- Consideremos el caso de un mayorista que compra focos al fabricante del ejemplo anterior. El mayorista los compra en grandes lotes y no desea aceptar un lote de focos a menos que su vida media sea 1,000 horas o más. Cada vez que llega una remesa, el mayorista prueba una muestra para decidir si la acepta o no. La compañía rechazará el envío sólo si le parece que su vida media es menor que las 1,000 horas.

- Si cree que los focos son mejores que lo esperado (con una vida media superior a 1,000 horas), es claro que no rechazará la remesa, porque la vida más larga no tiene un costo adicional. Así que las hipótesis del mayorista son H_0: $\mu \geq 1{,}000$ horas y H_1: $\mu < 1{,}000$ horas. Rechaza H_0 sólo si la vida media de los focos muestreados es significativamente menor que 1,000 horas.


Si la media de muestra cae en esta región,
aceptamos la hipótesis nula
Si la media de muestra cae
en esta región, rechazamos
la hipótesis nula
1,000 horas

EJERCICIO

- Martha Inman, una ingeniera de seguridad en carreteras, decide probar la capacidad de carga de un puente que tiene 20 años. Dispone de una gran cantidad de datos de pruebas similares en el mismo tipo de puente. ¿Qué es adecuado, una prueba de una o de dos colas? Si la capacidad de carga mínima de este puente debe ser 10 toneladas, ¿cuáles son las hipótesis nula y alternativa?

PRUEBAS DE DOS COLAS DE MEDIAS: PRUEBA EN LA ESCALA DE LA VARIABLE ORIGINAL

- Un fabricante surte los ejes traseros para los camiones del Servicio Postal de Estados Unidos. Estos ejes deben soportar 80,000 libras por pulgada cuadrada en pruebas de carga, pero un eje excesivamente fuerte eleva los costos de producción de manera significativa. La larga experiencia indica que la desviación estándar de la resistencia de sus ejes es 4,000 libras por pulgada cuadrada.

- El fabricante selecciona una muestra de 100 ejes de la producción, los prueba y encuentra que la capacidad de carga media de la muestra es 79,600 libras por pulgada cuadrada. Si el fabricante de ejes utiliza un nivel de significancia (α) de 0.05 en la prueba, ¿satisfarán los ejes sus requerimientos de carga?

H_0:M=80,000 libras/pulgada
H_1:M≠80,000 libras/pulgada
σ=4000
n=100
X=79,600
α=0.05

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_x = \frac{4000}{\sqrt{100}} = 400$$

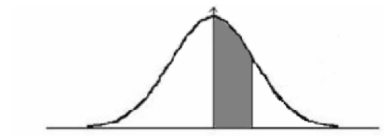
$$Z_{observada} = \frac{\bar{x} - H_0}{\sigma_x}$$

$$Z_{observada} = \frac{79{,}600 - 80{,}000}{400} = -1$$

$$Z_{Crítica} = \pm 1.96$$

Distribución Normal

En los ejes están los valores de ***z*** y la tabla muestra el área del eje central a la derecha.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA UNA COLA

- Suponga que un hospital usa grandes cantidades de dosis envasadas de un medicamento particular. La dosis individual de esta medicina tiene 100 cm3 (100 cc). La acción del medicamento es tal que el cuerpo tolera dosis excesivas sin sufrir daño. Por otra parte, las dosis insuficientes no producen el efecto médico deseado e interfieren con el tratamiento del paciente.

- El hospital ha adquirido la cantidad de medicamento que necesita al mismo fabricante durante varios años y sabe que la desviación estándar de la población es 2 cc. El hospital inspecciona, aleatoriamente, 50 dosis, tomadas de un envío muy grande y encuentra que la media de estas dosis es 99.75 cc.

- Si el hospital establece un nivel de significancia de 0.10 y nos pregunta si las dosis de esta entrega son demasiado pequeñas, ¿cómo podemos hallar la respuesta?

$H_0: \mu \geq 100cc$

$H_1: \mu < 100cc$

$\sigma = 2cc$

$n = 50$

$\bar{x} = 99.75$

$\alpha = 0.10$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{2}{\sqrt{50}} = 0.2828$$

$$Z_{observada} = \frac{99.75 - 100}{0.2828} = -0.88$$

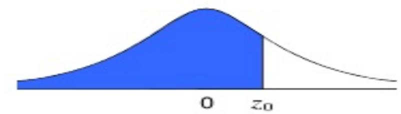
$$Z_{crítica} = 1.282$$

Tabla de la distribución normal N(0,1) para probabilidad acumulada inferior

μ = Media

σ = Desviación típica

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$



Tipificación: $z_0 = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$

z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	**0,0**
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	**0,1**
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	**0,2**
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	**0,3**
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	**0,4**
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	**0,5**
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	**0,6**
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	**0,7**
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	**0,8**
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	**0,9**
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	**1,0**
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	**1,1**
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	**1,2**
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	**1,3**
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	**1,4**
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	**1,5**
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	**1,6**
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	**1,7**
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	**1,8**
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	**1,9**
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	**2,0**
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	**2,1**
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	**2,2**
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	**2,3**
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	**2,4**
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	**2,5**
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	**2,6**
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	**2,7**
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	**2,8**
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	**2,9**
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	**3,0**
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	**3,1**
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	**3,2**
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	**3,3**
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	**3,4**
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	**3,5**
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	**3,6**
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	**3,7**
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	**3,8**
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	**3,9**

1—α	90%	92%	94%	95%	96%	97%	98%	99%
α	10%	8%	6%	5%	4%	3%	2%	1%
$z_{\alpha/2}$	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576
z_{α}	1,282	1,405	1,555	1,645	1,751	1,881	2,054	2,326

Siendo:

1 — α = Nivel de confianza

α = Nivel de significación

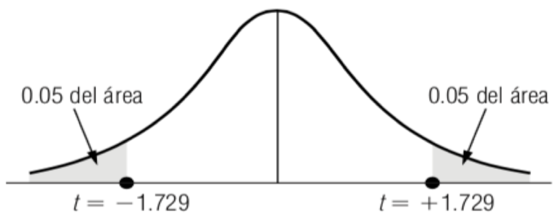
www.vaxasoftware.com/indexes.html

DISTRIBUCIÓN T

- La tabla de los valores de la distribución *t* difiere en su construcción de la tabla *z* que usamos antes. **La tabla *t* es más compacta y muestra áreas y valores de *t* sólo para algunos porcentajes (10, 5, 2 y 1%).** Debido a que hay una distribución *t* diferente para cada número de grados de libertad, una tabla más completa sería bastante grande. A pesar de que nos damos cuenta de la necesidad de una tabla más completa, de hecho la que se presentará a continuación contiene todos los valores de la distribución *t* que más se utilizan.

- **La segunda diferencia de la tabla *t*, según la presentamos, es que *no* se concentra en la probabilidad de que el parámetro de población que se está estimando se encuentre *dentro* del intervalo de confianza. En lugar de ello, mide la probabilidad de que el parámetro de población que estamos estimando *no* esté dentro de nuestro intervalo de confianza (es decir, la probabilidad de que esté *fuera*).** Si estamos haciendo una estimación a un nivel de confianza del 90%, buscaríamos en la tabla *t* en la columna de 0.10 (100% - 90% = 10%). Esta probabilidad de 0.10 del error se representa con el símbolo **α**, la letra griega *alfa*. Encontraríamos los valores *t* apropiados para intervalos de confianza del 95, 98 y 99% en las columnas **α**, con títulos 0.05, 0.02 y 0.01, respectivamente.

- **La tercera diferencia al utilizar la tabla *t* es que debemos especificar los grados de libertad que se manejan.** Suponga que hacemos una estimación a un nivel de confianza del 90% con una muestra de tamaño 14, que tiene 13 grados de libertad (**Los grados de libertad se obtienen restando el tamaño de la muestra menos 1**). Busca en la tabla de la siguiente diapositiva, en la columna de 0.10, hasta que encuentre el renglón 13. Del mismo modo que el valor z, el valor t de 1.771 indica que si señalamos una distancia de más menos $1.771\widehat{\sigma_{\bar{x}}}$ (errores estándar estimados de $\bar{x}$) a ambos lados de la media, el área bajo la curva que se encuentra entre estos dos límites será 90% del área total, y el área que se encuentra fuera de estos límites (la posibilidad de error) será 10% del área total



Apéndice tabla 2

***Áreas combinadas de ambos extremos para formar la distribución *t* de Student**

Ejemplo:

Para encontrar el valor de t que corresponde a un área de 0.10 en ambos extremos de la distribución, cuando existen 19 grados de libertad, busque en la columna encabezada con 0.10 hasta el renglón correspondiente a 19 grados de libertad; el valor apropiado de *t* es 1.729.

Grados de libertad	Área combinada de ambos extremos			
	0.10	0.05	0.02	0.01
1	6.314	12.706	31.821	63.657
2	2.920	4.303	6.965	9.925
3	2.353	3.182	4.541	5.841
4	2.132	2.776	3.747	4.604
5	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.658	1.980	2.358	2.617
Distribución normal	1.645	1.960	2.326	2.576

EJEMPLO DE DISTRIBUCIÓN T

- La especialista en recursos humanos de una importante corporación está reclutando un gran número de empleados para un proyecto en el extranjero. Durante el proceso de selección, la administración le pregunta cómo van las cosas, y ella responde: “Bien. Creo que la puntuación promedio en la prueba de aptitudes será aproximadamente 90.” Cuando la administración revisa 20 de los resultados de la prueba, encuentra que la puntuación media es 84, y la desviación estándar de esta puntuación es 11.

- Si la administración desea probar su hipótesis al nivel de significancia de 0.10, ¿cuál es el procedimiento que debe seguir?

$\mu_{H_0} = 90 \leftarrow$ Valores hipotéticos de la media de población

$n = 20 \leftarrow$ Tamaño de la muestra

$\bar{x} = 84 \leftarrow$ Media de la muestra

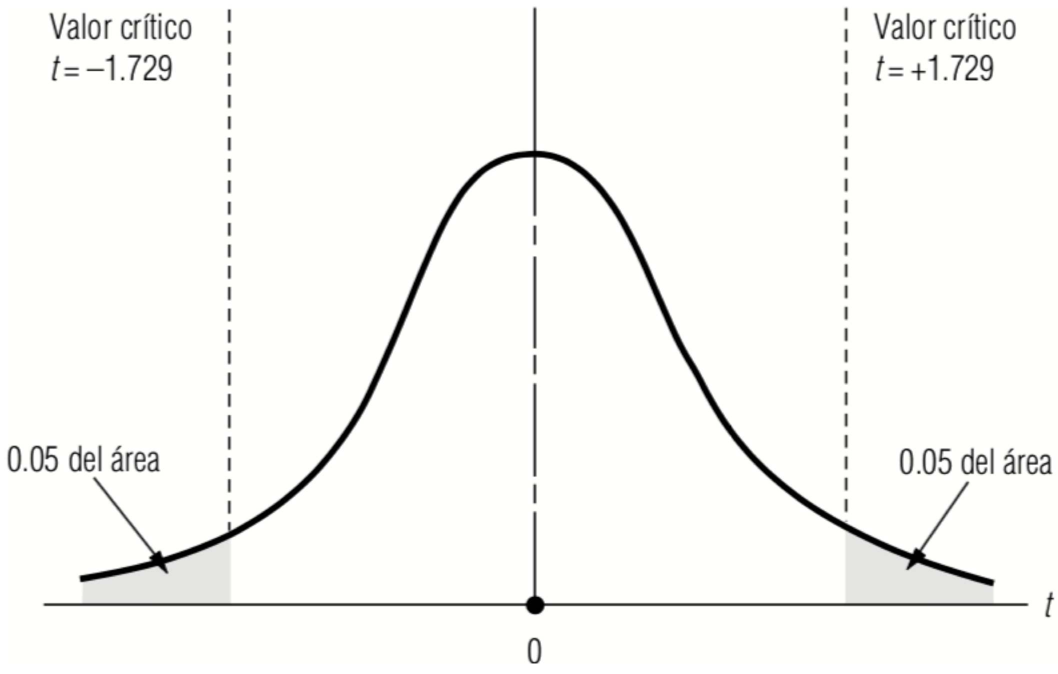
$s = 11 \leftarrow$ Desviación estándar de la muestra

$H_0\colon \mu = 90 \quad \leftarrow$ Hipótesis nula: la puntuación media real de población es 90

$H_1\colon \mu \neq 90 \quad \leftarrow$ Hipótesis alternativa: la puntuación media no es 90

$\alpha = 0.10 \leftarrow$ Nivel de significancia para probar esta hipótesis

- Puesto que la administración está interesada en saber si la puntuación media verdadera es *mayor* o *menor* que la puntuación hipotética, es apropiado usar una *prueba de dos colas.* El nivel de significancia de 0.10 se indica en la siguiente diapositiva como las dos áreas sombreadas; cada una contiene 0.05 del área bajo la distribución *t*. Como el tamaño de muestra es 20, el número apropiado de grados de libertad es 19, es decir, 20 - 1. Entonces, buscamos en la tabla de la distribución *t*, en la columna de 0.10 y el renglón correspondiente a 19 grados de libertad. Encontramos que el valor crítico de *t* es 1.729.



Como no se conoce la desviación estándar de la población, debemos estimarla usando la desviación estándar de la muestra.

$$\hat{\sigma} = s$$
$$= 11$$

- Ahora podemos calcular el error estándar de la media. Como estamos usando $\hat{\sigma}$, una estimación de la desviación estándar de la población, el error estándar de la media también será una estimación.

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{\bar{x}} &= \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\
&= \frac{11}{\sqrt{20}} \\
&= \frac{11}{4.47} \\
&= 2.46 \leftarrow \text{Error estándar estimado de la media}
\end{aligned}$$

- A continuación estandarizamos la media de la muestra, $\bar{x}$, restando μ_{H0}, la media hipotética, y dividiendo entre $\widehat{\sigma_{\bar{x}}}$, el error estándar estimado de la media. Como nuestra prueba de hipótesis se basa en la distribución *t*, usamos *t* para denotar el estadístico estandarizado.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\hat{\sigma}_{\bar{x}}}$$

$$= \frac{84 - 90}{2.46}$$

$$= -2.44$$

- Al señalar este resultado en una gráfica de la distribución muestral, nos damos cuenta de que la media de la muestra cae fuera de la región de aceptación. Por tanto, la administración debe rechazar la hipótesis nula (la aseveración de la directora del departamento de personal acerca de que la puntuación media real de los empleados examinados es 90).
-