

**Ejercicios Conjuntos.**

¿Cuáles de los siguientes conjuntos con iguales?

1.  $\{1, 2, 3\}$                       2.  $\{3, 2, 1, 3\}$                       3.  $\{3, 1, 2, 3\}$                       4.  $\{1, 2, 2, 3\}$

Sea  $A = \{1, 2, \{2\}\}$ . ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

5.  $1 \in A$                       7.  $\{1\} \subseteq A$                       9.  $\{2\} \in A$                       11.  $\{\{2\}\} \subseteq A$   
 6.  $\{1\} \in A$                       8.  $\{\{1\}\} \subseteq A$                       10.  $\{1\} \subseteq A$                       12.  $\{\{2\}\} \subset A$

Sea  $A = \{1, 2, \{1\}\}$ . ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

13.  $1 \in A$                       15.  $\{1\} \subseteq A$                       17.  $\{2\} \in A$                       19.  $\{\{2\}\} \subseteq A$   
 14.  $\{1\} \in A$                       16.  $\{\{1\}\} \subseteq A$                       18.  $\{1\} \subseteq A$                       20.  $\{\{2\}\} \subset A$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

21.  $\emptyset \in \emptyset$                       23.  $\emptyset \subseteq \emptyset$                       25.  $\emptyset \subset \{\emptyset\}$   
 22.  $\emptyset \subset \emptyset$                       24.  $\emptyset \in \{\emptyset\}$                       26.  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

Determina todos los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos.

27.  $\{1 + (-1)^n | n \in \mathbb{N}\}$                       29.  $\{n^3 + n^2 | n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$   
 28.  $\{n + \frac{1}{n} | n \in \{1, 2, 3, 5, 7\}\}$                       30.  $\{\frac{1}{n^2+n} | n \text{ es un entero positivo impar y } n \leq 11\}$

Considera los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{Z}$ .

$$\begin{array}{lll} A = \{2m + 1 | m \in \mathbb{Z}\} & B = \{2n + 3 | n \in \mathbb{Z}\} & C = \{2p - 3 | p \in \mathbb{Z}\} \\ D = \{3r + 1 | r \in \mathbb{Z}\} & E = \{3s + 2 | s \in \mathbb{Z}\} & F = \{3t - 2 | t \in \mathbb{Z}\} \end{array}$$

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdadera y cuáles falsas?

31.  $A = B$                       33.  $B = C$                       35.  $D = F$   
 32.  $A = C$                       34.  $D = E$                       36.  $E = F$

Para  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , determina el número de

37. subconjuntos de  $A$                       42. subconjuntos de  $A$  que contienen 1, 2  
 38. subconjuntos propios de  $A$                       43. subconjuntos de  $A$  que contienen cinco elementos, incluyendo 1, 2  
 39. subconjuntos no vacíos de  $A$                       44. subconjuntos propios de  $A$  que contienen 1, 2  
 40. subconjuntos propios no vacíos de  $A$                       45. subconjuntos de  $A$  con un número par de elementos  
 41. subconjuntos de  $A$  que contienen tres elementos

46. subconjuntos de  $A$  con un número impar de elementos
47. subconjuntos de  $A$  con un número impar de elementos y que incluyen el número 3
48. Si un conjunto  $A$  tiene 63 subconjuntos propios, ¿cuánto vale  $|A|$ ?
49. Si un conjunto  $B$  tiene 64 subconjuntos de cardinal impar, ¿cuánto vale  $|B|$ ?

¿Cuáles de los siguientes conjuntos son no vacíos?

50.  $\{x|x \in \mathbb{N}, 2x + 7 = 3\}$
51.  $\{x|x \in \mathbb{Q}, x^2 + 4 = 6\}$
52.  $\{x|x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 = 4\}$
53.  $\{x|x \in \mathbb{C}, x^2 + 3x + 3 = 0\}$
54.  $\{x \in \mathbb{Z}|3x + 5 = 9\}$
55.  $\{x \in \mathbb{R}|x^2 + 4 = 6\}$
56.  $\{x \in \mathbb{R}|x^2 + 3x + 3 = 0\}$

Para  $U = \mathbb{Z}^+$ , sea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 17, 18\}$

57. ¿Cuántos subconjuntos de  $A$  contienen seis elementos?
58. ¿Cuántos subconjuntos de seis elementos de  $A$  contienen enteros pares y dos enteros pares?
59. ¿Cuántos subconjuntos de  $A$  sólo contienen enteros impares?
60. ¿Cuántos de los subconjuntos del inciso c contienen los enteros 3 y 7?

Sea  $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 29, 30\}$ , ¿cuántos subconjuntos  $A$  de  $S$  satisfacen

61.  $|A| = 5$ ?
62.  $|A| = 5$  y que el mínimo elemento de  $A$  sea 5?
63.  $|A| = 5$  y que el mínimo elemento de  $A$  sea menor que 5?
64. ¿Cuántos subconjuntos de  $\{1, 2, 3, \dots, 10, 11\}$  contienen al menos un entero par?
65. ¿Cuántos subconjuntos de  $\{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$  contienen al menos un entero par?

Para  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$  sean  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$  y  $D = \{2, 4, 6, 8\}$ . Determina lo siguiente.

66.  $(A \cup B) \cap C$
67.  $A \cup (B \cap C)$
68.  $\overline{C \cup D}$
69.  $\overline{C \cap D}$
70.  $(A \cup B) - C$
71.  $A \cup (B - C)$
72.  $(B - C) - D$
73.  $B - (C - D)$
74.  $(A \cup B) - (C \cap D)$

Si  $A = [0, 3]$ ,  $B = [2, 7]$  y  $U = \mathbb{R}$ , determina lo siguiente.

75.  $A \cap B$
76.  $A \cup B$
77.  $\overline{A}$
78.  $A \triangle B$
79.  $A - B$
80.  $B - A$
81. Determina los conjuntos  $A$  y  $B$ , si  $A - B = \{1, 3, 7, 11\}$ ,  $B - A = \{2, 6, 8\}$  y  $A \cap B = \{4, 9\}$
82. Determina los conjuntos  $C$  y  $D$ ,  $C - D = \{1, 2, 4\}$ ,  $D - C = \{7, 8\}$  y  $C \cup D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$
83. Para  $U = \{1, 2, 3, \dots, 29, 30\}$ , sea  $B, C \subseteq U$  con  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 15\}$  y  $C = \{2, 3, 6, 15, 22, 29\}$ . ¿Cuánto vale  $|B \cup C|$ ?

Sean

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g\} \quad X = \{a, c, e, g\} \quad Y = \{a, b, c\} \quad Z = \{b, c, d, e, f\}$$

Realiza las siguientes operaciones entre conjuntos:

- |                |                         |                               |                             |
|----------------|-------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| 84. $X \cap Y$ | 90. $X^c$               | 96. $(Y \cap Z^c) \cup X$     | 102. $X^c - Y$              |
| 85. $X \cup Y$ | 91. $Y^c$               | 97. $(X^c \cup Y^c) \cap Z$   | 103. $Y^c - x$              |
| 86. $Y \cup Z$ | 92. $X^c \cap Y^c$      | 98. $(Z \cup X^c)^c \cap Y$   | 104. $X \cap (X - Y)$       |
| 87. $Y \cap Z$ | 93. $X^c \cap Z$        | 99. $(Y \cap X^c)^c \cup Z^c$ | 105. $Y \cap (Y - X)$       |
| 88. $X \cup U$ | 94. $X \cup (Y \cap Z)$ | 100. $X - Y$                  | 106. $X \cap (Y \cap Z)$    |
| 89. $Y \cap U$ | 95. $Y \cap (X \cup Z)$ | 101. $Y - X$                  | 107. $(X - Y) \cup (Y - X)$ |

Un profesor tien dos docenas de libros de introducción a las ciencias de la computación y está interesado en la forma en que tratan los temas (A) compiladores, (B) estructura de datos y (C) intérpretes. Los siguientes datos representan la cantidad de libros que contienen material relativo a estos temas:

$$\begin{array}{lll} |A| = 8 & |B| = 13 & |C| = 8 \\ |A \cap B| = 5 & |B \cap C| = 3 & |B \cap C| = 8 \\ & |A \cap B \cap C| = 2 & \end{array}$$

108. ¿Cuántos libros incluyen el material de exactamente uno de estos temas?
109. ¿Cuántos no tratan ninguno de estos temas?
110. ¿Cuántos no tienen material sobre compiladores?

Sean  $A, B, C, D, E \subseteq \mathbb{Z}$  definidos como sigue

$$\begin{array}{lll} A = \{2n | n \in \mathbb{Z}\} & B = \{3n | n \in \mathbb{Z}\} & C = \{4n | n \in \mathbb{Z}\} \\ D = \{6n | n \in \mathbb{Z}\} & E = \{8n | n \in \mathbb{Z}\} & \end{array}$$

111. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas?
112. (a)  $E \subseteq C \subseteq A$  (c)  $B \subseteq D$  (e)  $D \subseteq A$   
 (b)  $A \subseteq C \subseteq E$  (d)  $D \subseteq B$  (f)  $\overline{D} \subseteq \overline{A}$
113. Determina cada uno de los siguientes conjuntos
114. (a)  $C \cap E$  (c)  $A \cap B$  (e)  $\overline{A}$   
 (b)  $B \cup D$  (d)  $B \cap D$  (f)  $A \cap E$

Al seleccionar un computador nuevo para su centro de cálculo, el responsable del mismo examina 15 modelos diferentes, considerando: (A) el dispositivo para la cinta magnética, (B) la terminal para mostrar gráficas, (C) la memoria semiconductora (además de la memoria principal). El número de computadores con cualquiera o todas estas características es el siguiente:  $|A| = |B| = |C| = 6$ ,  $|A \cap B| = |B \cap C| = 1$ ,  $|A \cap C| = 2$  y  $|A \cap B \cap C| = 0$

115. ¿Cuántos modelos tienen exactamente una de estas características?
116. ¿Cuántos no tienen ninguna de estas características?

Usando diagramas de Venn, analiza la verdad o falsedad de lo siguiente, para los conjuntos  $A, B, C \subseteq U$

$$117. A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$$

$$120. A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$118. A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

$$119. A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C)$$

$$121. A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$$

Determina si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso.

$$122. (3, 2) = (5 - 2, 1 + 1)$$

$$125. \{(1, 2), (3, 4)\} = \{(3, 4), (1, 2)\}$$

$$123. (3, 6) = (6, 3)$$

$$126. \{(1, 2), (3, 4)\} = \{(3, 4), (2, 1)\}$$

$$124. \{6, 3\} = \{3, 6\}$$

$$127. (2, 4) = (\{2\}, \{4\})$$

Calcula  $A \times B$  y  $B \times A$  y determina la cardinalidad de cada producto cartesiano:

$$128. A = \{2, 8, 12\} \text{ y } B = \{4, 9\}$$

$$130. A = \{3, 6, 9, 12\} \text{ y } B = \{6, 8\}$$

$$129. A = \{d, o, g\} \text{ y } B = \{p, i, g\}$$

$$131. A = \{b, l, u, e\} \text{ y } B = \{r, e, d\}$$

Determina el número cardinal especificado:

$$132. n(A \times B) = 36 \text{ y } n(A) = 12, \text{ calcula } n(B)$$

$$134. n(A \times B) = 100 \text{ y } n(B) = 4, \text{ calcula } n(A)$$

$$133. n(A) = 35 \text{ y } n(B) = 6, \text{ calcula } n(A \times B)$$

$$135. n(A) = 30 \text{ y } n(B) = 3, \text{ calcula } n(B \times A)$$

Utiliza diagramas de Venn para sombrear cada uno de los siguientes conjuntos:

$$136. (A \cap B) \cap C$$

$$139. (A^c \cap B) \cap C$$

$$142. (A \cap B^c) \cup C$$

$$145. (A^c \cap B^c) \cup C$$

$$137. (A \cap C^c) \cup B$$

$$140. (A^c \cap B^c) \cap C$$

$$143. (A \cap C^c) \cap B$$

$$146. (A^c \cap B^c) \cup C^c$$

$$138. (A \cap B) \cup C^c$$

$$141. (A \cup B) \cup C$$

$$144. (A \cap B^c) \cap C^c$$

$$147. (A \cap B)^c \cup C$$

Referencias:

- Miller, Heeren & Hornsby; *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. Pearson Addison Wesley; 2006.
- Grimaldi; *Matemáticas discretas y combinatoria*. Pearson Addison Wesley; 2004.