

**Universidad Autónoma de Querétaro**  
**Curso Propedéutico Actuaría**  
**Matemáticas**

### Ejercicios Geometría Analítica.

Escribe la forma general de la recta que:

1. pasa por los puntos  $(2, -1)$  y  $(-2, 1)$
2. tiene pendiente  $m = \frac{2}{5}$  y pasa por el punto  $(4, -3)$
3. interseca al eje  $x$  en  $x = 2$  y al eje  $y$  en  $y = 4$
4. pasa por el punto  $(2, -3)$  y es paralela al eje  $x$
5. pasa por el punto  $(-2, 1)$  y es paralela a la recta  $3x - 7y = 21$
6. pasa por el punto  $(4, 5)$  y es paralela al eje  $y$
7. pasa por el punto  $(1, -3)$  y es perpendicular a la recta  $y = 2 - 3x$
8. tiene pendiente  $-3$  y ordenada al origen  $2$
9. pasa por el punto  $(1, -2)$  y tiene un ángulo con respecto al eje  $x$  de  $45^\circ$
10. pasa por el origen y por  $(-3, -3)$

Determina si las rectas dadas son paralelas, perpendiculares u oblicuas.

11.  $L_1 : y = 3x + 4$  y  $L_2 : -3x + 9y = 18$
12.  $L_1 : 4x - 3y = 2$  y  $L_2 : 3x + 4y = 5$
13.  $L_1 : x - 2y = 4$  y  $L_2 : 2x - 4y = 8$
14.  $L_1 : x = \frac{1}{5}y$  y  $L_2 : y = -2 + 5x$

Determina la distancia entre:

15. los puntos  $(3, 2)$  y  $(-1, 4)$
16. el punto  $(4, 2)$  y el eje  $x$
17. el punto  $(-5, -4)$  y el eje  $y$
18. el punto  $(2, 3)$  y la recta  $2x - 5y = 1$
19. la recta  $x - 5y = 5$  y la recta  $-2x + 10y = 3$
20. el punto  $(2, -1)$  y el origen

Determina si las rectas se intersectan o no. En caso de serlo, encuentra el punto de intersección.

21.  $L_1 : 2x + 3y = -2$  y  $L_2 : x - y = 1$
22.  $L_1 : x - 2y = 4$  y  $L_2 : 2x - 4y = 8$
23.  $L_1 : 2x - y = 6$  y  $L_2 : -2x + y = 1$
24.  $L_1 : x - y = -7$  y  $L_2 : 4x + y = -6$

Resuelve los siguientes problemas.

25. A Juan le toma 50 minutos podar 49 metros cuadrados de jardín, pero a su primo le toma hacerlo sólo 40 minutos. Determina la relación existente entre el número de minutos que puede trabajar cada uno para podar 40 metros cuadrados.
26. Un avión está a 22 kilómetros de la pista en donde aterrizará y vuela a una altura de 3 kilómetros. Determina la pendiente de su descenso.
27. La longitud,  $L$  (en centímetros), de un feto de 12 semanas o más de edad, se puede establecer como  $L = 1.53E - 6.7$  aproximadamente, con  $E$  igual a la edad en semanas. Determina la longitud del feto a las 15 semanas.
28. La empresa "Productos Patito" produce artículos con un costo de \$13 cada uno. La empresa tiene costos diarios fijos (luz, renta, salarios, etcétera) que ascienden a \$300 y planea vender cada artículo producido a \$19 cada uno. De-

termina la relación que existe entre la ganancia  $I$ , de la empresa y el número,  $n$ , de artículos producidos diarios.

29. Una máquina se deprecia linealmente. Si su valor hace cuatro años era de \$180,000 y ahora

vale \$100,000. Determina la ecuación que describe el valor  $V$  (en miles de pesos) de la máquina en términos del tiempo  $t$  (en años). Calcula el valor de la máquina el año pasado. Calcula el valor de la máquina para el próximo año.

Escribe la forma general de la circunferencia que:

30. tiene centro en el punto  $(2, -1)$  y radio 3  
31. pasa por los puntos  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$  y  $(-2, 1)$   
32. tiene radio 4 y que es tangente en el punto  $(1, -1)$  a la recta  $y = x - 2$   
33. toca tangencialmente a los ejes coordenados en los puntos  $(2, 0)$  y  $(0, 2)$   
34. tiene centro en el punto  $(2, 2)$  y es tangente al eje  $x$   
35. tiene centro en el punto  $(3, 1)$  y es tangente al eje  $y$   
36. tiene centro en el punto  $(4, -2)$  y pasa por el punto  $(0, -1)$   
37. tiene centro en el punto  $(2, -2)$  y que es tangente a la recta  $x + 3y = -1$   
38. tiene centro en el punto  $(3, 2)$  y que cruza el eje  $x$  en  $x = 5$   
39. tiene centro en el punto  $(2, -3)$  y que cruza el eje  $y$  en  $y = -1$   
40. tiene centro en el punto  $(4, -5)$  y diámetro 8  
41. tiene centro en el punto  $(0, 3)$  y perímetro  $4\pi$   
42. tiene centro en el punto  $(1, 2)$  y área igual  $5\pi$   
43. que está circunscrito al triángulo cuyos vértices son  $(1, 1)$ ,  $(5, 3)$  y  $(3, 6)$   
44. que está inscrito en el triángulo cuyos vértices son  $(-1, -1)$ ,  $(2, 3)$  y  $(0, 7)$   
45. tiene un diámetro entre los puntos  $(-1, 5)$  y  $(4, 2)$

Determina las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia dada. Además clasifícala en real, degenerada o imaginaria.

46.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 20 = 0$   
47.  $-x^2 - y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$   
48.  $4x^2 + 4y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$   
49.  $x^2 + y^2 + x - 2y + 1 = 0$   
50.  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$   
51.  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$   
52.  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 2 = 0$   
53.  $x^2 + y^2 + 2x = 4$   
54.  $x^2 + y^2 - y = 4$   
55.  $x^2 + y^2 - 2y + 3 = 0$

Determina la forma general de la parábola que:

56. interseca al eje  $y$  en 4, y al eje  $x$  en  $-2$  y en 1  
57. tiene foco en el punto  $(4, -3)$  y directriz  $y = -7$   
58. tiene foco en el punto  $(4, -3)$  y directriz  $x = 8$   
59. pasa por los puntos  $(0, -2)$ ,  $(1, -1)$  y  $(-1, -1)$   
60. tiene foco en el punto  $(2, 1)$  y vértice en el punto  $(2, 3)$

Determina las coordenadas del foco y del vértice, además de la directriz de la parábola.

61.  $y^2 - 16x - 8y + 3 = 0$   
62.  $x^2 - 4x + 20y + 10 = 0$   
63.  $y^2 - 6x - 2y - 2 = 0$   
64.  $x^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

Resuelve los siguientes problemas.

65. Una empresa produce su artículo más vendido a \$7 por pieza. Si puede vender cada artículo a  $x$  pesos, sabe que los consumidores comprarán  $30 - x$  artículos. ¿A qué precio debe vender cada artículo con la finalidad de obtener la mayor ganancia?
66. Una empresa de TV por cable tiene actualmente 3,000 suscriptores que pagan al mes \$50. La empresa sabe que por cada \$0.5 que disminuya la cuota mensual, tendrá 60 nuevos suscriptores. Determina la cuota mensual que se requiere para que la empresa tenga el mayor ingreso posible.
67. Cuando una persona tose, el radio de la tráquea disminuye para aumentar la velocidad del aire que pasa por ella. La velocidad,  $V$ , del aire y radio,  $R$ , de la tráquea es  $V(R) = KR(R_0 - R)$ ,

con  $K$ , una constante positiva,  $R_0$ , el radio normal de la tráquea. ¿Para qué valor de  $R$  es mayor la velocidad del flujo de aire?

68. El administrador de una empresa sabe que el costo de producir  $q$  unidades de su producto es:

$$C = q^2 - 200q + 9600$$

Determina qué cantidad debe producir con la finalidad de obtener el menor costo y cuál es este costo menor.

69. Se va a cercar un área rectangular de descanso para automovilistas en cierta carretera. Se tienen 10,000 metros de cerca para vallar el área y sólo se pondrá valla en tres lados (no hay cerca en la parte que da a la carretera). Determina las dimensiones del terreno de mayor área que se puede cercar.

Determina la ecuación general de la elipse que:

70. tiene focos  $F_1(0, 3)$  y  $F_2(0, -3)$  y vértices  $V_1(0, -4)$  y  $V_2(0, 4)$
71. tiene centro en  $(3, -7)$ , lado mayor de 12 unidades y lado menor de 8 unidades
72. tiene centro en el origen, un vértice en  $(9, 0)$  y un foco en  $(-7, 0)$

73. tiene vértices en  $(1, 5)$ ,  $(7, 5)$ ,  $(4, 3)$  y  $(4, 7)$
74. tiene centro en  $(2, -1)$  para por el punto  $(2, 1)$  y los lados rectos miden 8 unidades
75. tiene centro en  $(3, 1)$ , su eje principal es el eje  $x$ , el lado mayor mide 5 unidades y el lado menor mide 4 unidades

Dada la elipse, determina las coordenadas del centro, de los vértices, de los focos y las medidas del lado mayor, del lado menor y de los lados rectos. Determina además las ecuaciones de las rectas directrices de la elipse.

76.  $9x^2 + 16y^2 + 36x - 32y - 92 = 0$

80.  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}y^2 + x + \frac{2}{3}y + 1 = 0$

77.  $x^2 + 9y^2 - 6x + 198y + 1098 = 0$

81.  $4x^2 + 9y^2 + 4x - 6y - 34 = 0$

78.  $2x^2 + 3y^2 + 4x + 12y + 8 = 0$

82.  $2x^2 + y^2 + 12x = 1$

79.  $2x^2 + 3y^2 + 2x - 2y - \frac{31}{6} = 0$

83.  $x^2 + 16y^2 - 32y = 4$

Determina la forma general de la hipérbola que:

84. tiene distancia focal 6, centro en el origen y un vértice en  $(0, 2)$
85. tiene un vértice en  $(4, 0)$ , un foco en  $(-7, 0)$  y centro en el origen
86. tiene centro en  $(-2, 4)$ , un vértice en  $(0, 4)$  y un

foco en  $(2, 4)$

87. tiene centro en  $(3, 4)$ ,  $a = 3$  y  $b = 2$

88. tiene asíntotas  $y = \pm \frac{3}{4}x$  y centro en el origen

89. tiene centro en  $(1, -3)$ ,  $a = 4$  y  $c = 5$

Determina el centro, los vértices, los focos, la medida del lado recto y las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola.

90.  $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

93.  $-4x^2 + 25y^2 + 24x + 50y - 111 = 0$

91.  $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y = 199$

94.  $-x^2 + 8y^2 + 6x - 16y - 9 = 0$

92.  $x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 11 = 0$

95.  $-4x^2 + 16y^2 + 8x - 68 = 0$

Identifica que representa cada ecuación.

96.  $x^2 - 6x - y - 3 = 0$

99.  $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 3 = 0$

97.  $x^2 - y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$

98.  $7x^2 + 16y^2 - 28x + 32y - 68 = 0$

100.  $5x - 6y - 1 = 0$

**Referencias:**

Prado, Santiago, Aguilar, Rodríguez, Quezada, Gómez, Ruiz & Florido; *Precálculo, enfoque de resolución de problemas*. Pearson Prentice Hall; 2006.